

١ الإجهاد المحوري الناتج عن قوة الشد والضغط

ان تصميم أي عنصر من أي منشأ يحتاج إلى معرفة الإجهاد الداخلي في العنصر الناتج عن القوى الخارجية. في هذا الفصل سوف نركز فقط على الإجهاد البسيط الناتج عن قوة الشد والضغط وقوة القص والانحناء. لنفترض أن لدينا قضيب من الحديد مقطعه دائري الشكل معرض لقوة شد F محورية كما هو مبين في الشكل رقم ١. تحت تأثير قوة الشد F فإن القضيب سوف يقاوم بقوة داخلية قيمتها نفس قيمة القوة الخارجية F ويكون قيمة الإجهاد في القضيب في أي مقطع يساوي القوة المؤثرة F تقسيم مساحة مقطع القضيب ويرمز للإجهاد المحوري بالرمز σ وهي تقاس بـ N/mm^2 أو N/m^2 ويحسب بالعلاقة التالية:

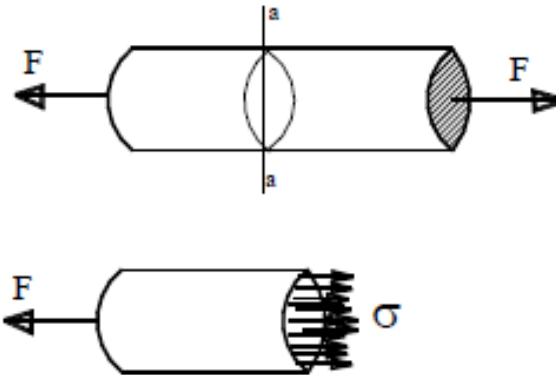
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

حيث أن:

σ : الإجهاد المحوري في القضيب ويقاس بـ $kN/mm^2, N/m^2, N/mm^2$

F : القوة المحورية المؤثرة على القضيب (قوة الشد أو ضغط) وتقاس بـ kg, kN, N

A : مساحة مقطع القضيب وتقاس بـ m^2, cm^2, mm^2



Section a-a-

شكل ١ : قضيب تحت تأثير قوة شد محورية

مثال ١:

لدينا قضيب من المعدن تحت تأثير حمل شد محوري يساوي $P = 30 \text{ kN}$ ، احسب قيمة الإجهاد في القضيب مع العلم أن مقطع القضيب هو على شكل مستطيل أبعاده $3\text{cm} \times 2\text{cm}$.



الحل:

مساحة مقطع القضيب A تساوي :

$$A = 3 \times 2 = 6 \text{ cm}^2 = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

الإجهاد في القضيب الناتج عن قوة الشد 30 kN يساوي :

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{6 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^7 \text{ N/m}^2 = 50 \text{ N/mm}^2$$

٢ الانفعال المحوري الناتج عن قوة الشد أو قوة الضغط

عندما يكون أي قضيب طوله الأصلي L_0 تحت تأثير قوة شد أو ضغط F فإن القضيب يحدث له استطالة (أو انكماش) يرمز لها بـ ΔL كما هو مبين في الشكل رقم ٢، فإن نسبة الاستطالة (أو الانكماش) على الطول الأصلي للقضيب تعرف باسم الانفعال ويرمز لها بـ ϵ وتحسب بالعلاقة التالية:

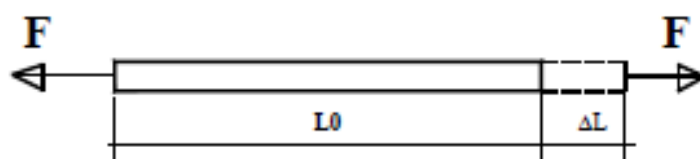
$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

حيث أن:

ΔL استطالة القضيب وتقاس بـ m , cm , mm

L_0 الطول الأصلي للقضيب ويقاس بـ mm , cm , m

ϵ هو الانفعال وليس له وحدة (حيث أنه عبارة عن طول تقسيم طول).

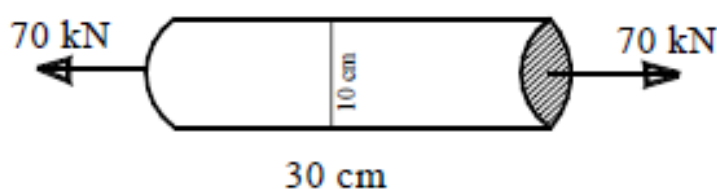


شكل ٢ : الاستطالة تحت تأثير قوة شد

مثال ٢ :

قضيب على شكل اسطوانة كما هو مبين في الشكل رقم ٢، الطول الأصلي للقضيب L_0 يساوي 30 cm وقطره يساوي 10 cm ويحمل قوة ضغط F مقدارها 70 kN أدت إلى حدوث انكماش مقداره 0.02 cm. المطلوب حساب قيمة الإجهاد والانفعال في القضيب.

الحل:



شكل ٢

(أ) حساب مساحة مقطع القضيب A

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} (0.1)^2 = 7.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{70 \times 10^3}{7.85 \times 10^{-3}} = 8.92 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 8.92 \text{ MN/m}^2$$

(ب) حساب قيمة الإجهاد المحوري σ في القضيب

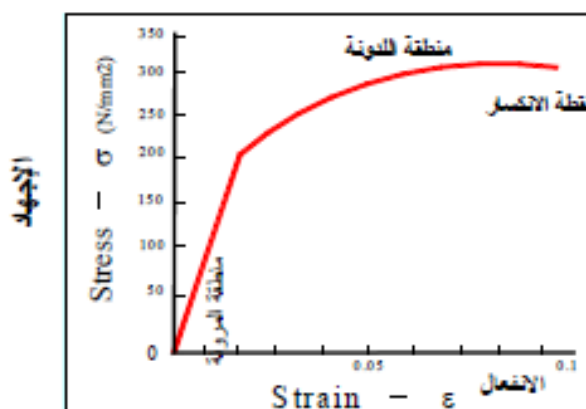
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{70 \times 10^3}{7.85 \times 10^{-3}} = 8.92 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 8.92 \text{ MN/m}^2$$

ج) حساب قيمة الانفعال ϵ في القضيب

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0.02 \times 10^{-2}}{30 \times 10^{-2}} = 0.67 \times 10^{-3}$$

٢ العلاقة بين الانفعال والإجهاد

يمكن إيجاد العلاقة بين القوة والاستطالة أو الانفعال والإجهاد للمادة ما عن طريق تجربة شد للمواد. ويبين الشكل رقم ٤ مثال لمنحنى الإجهاد والانفعال في حالة الشد لمعدن الحديد عالي المقاومة high-strength steel. وكما يظهر في المنحنى فإن العلاقة بين الإجهاد والانفعال هي علاقة خطية في منطقة المرونة المحصورة بين الإجهاد يساوي ٠ والإجهاد 200 N/mm² أي أن العلاقة بين الإجهاد والانفعال تخضع لقانون Hooke أي أن نسبة الإجهاد على الانفعال في المنطقة المرنة هي قيمة ثابتة وتعرف باسم معامل المرونة (Young's modulus) Elastic modulus ويرمز له بـ E وهو يعتمد على نوع المادة المكونة لجسم القضيب ويبين الجدول رقم ١ بعض قيم معامل المرونة E لبعض أنواع المواد.



شكل 4 : منحنى الإجهاد والانفعال للحديد عالي المقاومة تحت تأثير قوة الشد

معامل المرونة E ويحسب كالتالي:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$
$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

وحدة معامل المرونة هي نفس وحدة الإجهاد أي: kN/m^2 , N/mm^2

هذه العلاقة صالحة فقط عندما تكون العلاقة بين الإجهاد والانفعال علاقة مرنة (علاقة خطية) أي أن إذا حذفنا القوة عن التضييب فإن التضييب يعود إلى طوله الأصلي. يلاحظ من الشكل رقم 4 أن معامل المرونة E يمثل زاوية الميلان للجزء الخطي من منحنى الإجهاد والانفعال.

فإذا كان لدينا :

F : قوة الشد أو الضغط المؤثرة على التضييب

A : مساحة مقطع التضييب

L_0 : الطول الأصلي للتضييب

ΔL : الاستطالة الناتجة في التضييب تحت تأثير قوة الشد F فيصبح لدينا:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

وبالتعويض بقيمة σ وبقيمة ε نحصل على :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F \cdot L_0}{\Delta L \cdot A}$$

وتصبح معادلة الاستطالة بدلالة القوة F ومعامل المرونة E ومساحة مقطع القضيب A والطول الأصلي L_0 كالتالي:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot A}$$

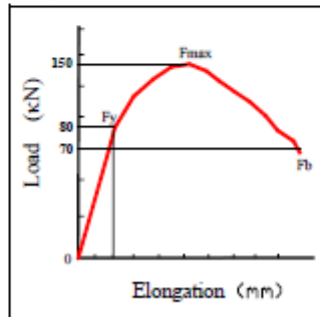
ويلاحظ من المنحنى في الشكل رقم ٤ أن القضيب يصبح في الحالة غير المرنة عندما تزداد قيمة القوة وتصبح أكبر من حد المرونة مما يؤدي إلى تشوه القضيب وتصبح له استطالة دائمة إلى أن يحدث الانكسار كما هو مبين في الشكل رقم ٤.

جدول ١ : معامل المرونة لبعض أنواع المواد

| نوع المادة | قيمة معامل المرونة E (Gpa) |
|---------------------|----------------------------|
| الحديد | ٢١٠ - ١٩٠ |
| الألومنيوم | ٧٩ - ٧٠ |
| النحاس | ١١٠ - ٩٦ |
| البلاستيك | ١٤ - ٠,٧ |
| الخرسانة (في الضغط) | ٢١ - ١٧ |
| الخشب | ١٣ - ١١ |

مثال ٢:

في تجربة الشد لقضيب من الحديد قطره 2 cm كانت قيمة القوة عند الخضوع yield load تساوي $F_y = 80 \text{ kN}$ وأقصى قوة تحملها القضيب كانت تساوي $F_{max} = 150 \text{ kN}$ ونقطة الانكسار في القضيب كانت عند $F_b = 70 \text{ kN}$ كما هو مبين في الشكل رقم ٥.



شكل ٥ : منحنى قوة الشد والاستطالة

المطلوب حساب التالي:

(1) قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع

(2) القيمة القصوى للإجهاد المحوري

(3) قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار مع العلم أن قطر القضيب عند نقطة الانكسار أصبح

يساوي 1 cm.

الحل:

(1) قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع

حساب قيمة مساحة مقطع القضيب قبل الانكسار A_0

$$A_0 = \frac{\pi}{4}(0.02)^2 = 0.314 \times 10^{-3} m^2$$

قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع :

$$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0} = \frac{80 \times 10^3}{0.314 \times 10^{-3}} = 254 \times 10^6 N/m^2$$

(2) القيمة القصوى للإجهاد :

$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{A_0} = \frac{150 \times 10^3}{0.314 \times 10^{-3}} = 477 \times 10^6 N/m^2$$

(3) قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار

مساحة مقطع القضيب عند نقطة الانكسار

$$A = \frac{\pi}{4}(0.01)^2 = 0.0785 \times 10^{-3} m^2$$

قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار :

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A} = \frac{70 \times 10^3}{0.0785 \times 10^{-3}} = 892 \times 10^6 N/m^2$$