جامعة الجزيرة الخاصة

كلية الهندسة
قسم الهندسة المعلوماتية
الرياضيات المتقطعة – الاختبار الثاني

اسم الطالب:
الفصل الدراسي الأول

أجب عن الأسئلة التالية:

س١- أثبت صحة المساواة التالية اعتماداً على العلاقات مع تعليل الخطوات: (٣)

$$A-(B\cap C)= (A - B) \cup (A - C)$$

س٢- نعرف على Q^* العلاقة R كما يلي: (٧)

$$a \, R \, b \leftrightarrow a - b = \frac{2}{b} - \frac{2}{a}$$

برهن أن R علاقة تكافؤ

س٣- لدينا التابع: $f: Z\rightarrow N$ (٦)

المعرّف على الشكل التالي: $f(x)= x^2$

هل f متباين؟ وهل هو غامر؟

إذا أصبح منطلق التابع السابق N هل يصبح التابع غامراً أو متبايناً؟

س٤- أثبت بالاستقراء الرياضي المعادلة التالية: (٤)

$$1+2+3+\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

تمنياتي بالنجاح

د. خولة العلي

الجمهورية العربية السورية
جامعة الجزيرة الخاصة
كلية الهندسة
قسم الهندسة المعلوماتية
رياضيات متقطعة – الاختبار الثاني

الفصل الدراسي الأول

سلم التصحيح

3

ج1 – $A - (B \cap C) = (A-B) \cup (B-C)$ إنّ $A-B = A \cap B^{`}$ *

$A - (B \cap C) \overset{\text{حسب*}}{=} A \cap (B \cap C)^{`} = A \cap (B^{`} \cup C^{`}) = (A \cap B^{`}) \cup (A \cap C^{`}) \overset{\text{حسب*}}{=} (A-B) \cup (A-C)$

1/2   1/2   1/2 بتطبيق دومرغان   1/2   1/2 توزيع حسب الخاصة التقاطع على الاجتماع   1/2

أي طريقة ثانية غير المطلوبة يحصل الطالب على نصف العلامة فقط.

7

ج٢ – حتى تكون R علاقة تكافؤ يجب أن تحقق: علامتان لكل صفة +علامة بالتالي تكافؤ

١- R انعكاسية: حتى تكون R انعكاسية يجب أن تحقق:

$\forall a \in Q^{*} : a R a \leftrightarrow \quad a R a \leftrightarrow a - a = \frac{2}{a} - \frac{2}{a}$

$0 = 0$ محققة دوماً و R انعكاسية

٢- R تناظرية: حتى تكون R تناظرية يجب أن تحقق:

$\forall a, b \in Q^{*}$ و كانت $a R b : b R a$

$a R b \leftrightarrow a - b = \frac{2}{b} - \frac{2}{a}$ بضرب الطرفين بـ -1 ينتج:

$b R a \leftrightarrow b - a = -a + b = \frac{2}{a} - \frac{2}{b}$ و R تناظرية

٣- R متعدية: حتى تكون R متعدية يجب أن تحقق:

$\forall a, b, c \in Q^{*}$ و كانت $a R b, b R c \overset{?}{\rightarrow} aRc$

$a R b \leftrightarrow a - b = \frac{2}{b} - \frac{2}{a} \quad (1)$

$b R c \leftrightarrow b - c = \frac{2}{c} - \frac{2}{b} \quad (2)$

بجمع العلاقتين (1)و (2) ينتج:

$a - c = \frac{2}{c} - \frac{2}{a} \leftrightarrow a R c$

و R علاقة متعدية و من تحقق الشروط الثلاثة Rعلاقة تكافؤ

6

ج٣- س٣- لدينا التابع: $f: Z \rightarrow N$ لكل بند علامة و نصف للتابع قبل التغيير وبعد التغيير

المعرّف على الشكل التالي: $f(x) = x^2$

هل fمتباين؟ و هل هو غامر؟

إذا أصبح منطلق التابع السابق N هل يصبح التابع غامراً أو متبايناً؟

١) حتى يكون التابع fمتبايناً يجب أن يحقق الشرط:

$\forall x1, x2 \in Z$, وكانت $f(x1) = f(x2) \rightarrow x1 = x2$

$f(x1) = f(x2) \leftrightarrow x1^2 = x2^2 \xrightarrow{\text{بجذر الطرفين}} x1 = \mp x2 \leftrightarrow f(x1) = f(-x1)$

والتابع غير متباين فالعدد و معاكسه لهما نفس الصورة

٢) حتى يكون التابع fغامراً يجب أن يحقق الشرط:

$\forall y \in N, \exists x \in Z$: y = f(x)

ليس لكل عدد طبيعي مقابل دوماً في $y = x^2 \rightarrow x = \sqrt{y} \notin Z$

والتابع ليس غامراً .

عندما يصبح التابع $f: N \rightarrow N$ فأن التابع

١) يصبح متبايناً, وكانت $\forall x1, x2 \in N$,f(x1) = f(x2) → x1=x2

$$f(x1) = f(x2) \leftrightarrow x1^2 = x2^2 \xrightarrow{\text{بجذر الطرفين}} x1 = \mp x2$$

الجذر السالب مرفوض $\not\ni N$ والتابع متباين

٢) حتى يكون التابع f غامراً يجب أن يحقق الشرط:

$\forall y \in N, \exists x \in N$: y = f(x)

وفق f ليس لكل عدد طبيعي مقابل دوماً في $y = x^2 \rightarrow x = \sqrt{y} \notin N$

و التابع ليس غامراً مثال : $2 \in N$ ليس له مقابل بالمنطلق بحيث $2 = x^2$ معادلة ليس لها حل في N

4

ج٤- للبرهان بطريقة الاستقراء الرياضي :

١) من أجل n = 1 نجد: $1 = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{2}{2}$ صحيحة 1

٢) نفرض أن العلاقة صحيحة من أجل n و لنثبت صحتها من أجل n+1 : 1

نعوض بالعلاقة بـ n+1 نحصل:

$$1+2+3+\dots\dots\dots+n+(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$ 2

$$(1+2+3+\dots\dots\dots+n)+(n+1) \overset{\text{بما أن العلاقة صحيحة من أجل } n}{=} \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)+2n+2}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

وهو المطلوب